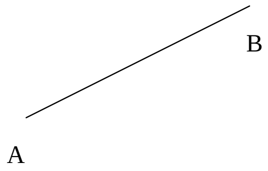
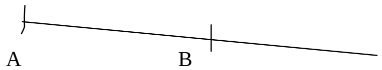
Aide mémoire Géométrie 6ème à 3ème

Droite, demi-droite et segment de droite:

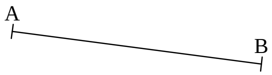
droite: (AB)



demi-droite: C'est une portion de droite limitée d'un seul côté par un point appelé origine. [AB)

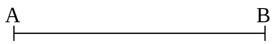


segment de droite: C'est une portion de droite limitée par deux points appelés extrémités. [AB]



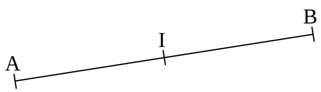
Longueur d'un segment:

On mesure la longueur d'un segment à l'aide d'une règle graduée.
On note AB = 5 cm



Milieu d'un segment:

Le milieu d'un segment est le point de ce segment qui le partage en deux segments de même longueur

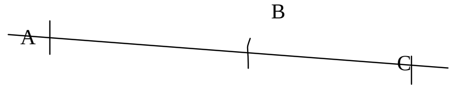


AB = 6 cm

I $\in$ [AB] et IA = IB = 3 cm

Points alignés:

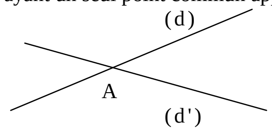
Des points sont alignés lorsqu'ils appartiennent à la même droite.



A $\in$ (AB)
B $\in$ (AB)
C $\in$ (AB)

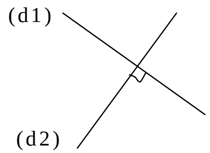
Droites sécantes:

Deux droites sécantes sont deux droites ayant un seul point commun appelé point d'intersection.



Droites perpendiculaires $\perp$:

Deux droites perpendiculaires $\perp$ sont deux droites qui se coupent en formant quatre angles droits.

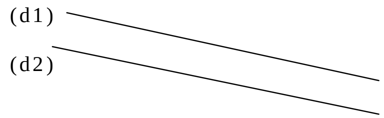


(d1) $\perp$ (d2)

Droites parallèles // :

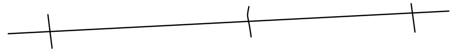
Deux droites parallèles // sont deux droites qui ne sont pas sécantes.

(d1) // (d2)



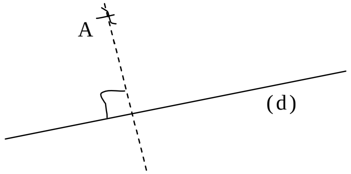
Droites confondues:

A, B et C sont alignés. (AB) et (BC) ne sont pas sécantes et sont donc parallèles // . Elles sont confondues.



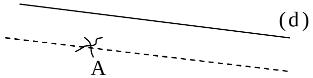
Propriété 1:

Par un point donné A, on ne peut tracer qu'une seule perpendiculaire $\perp$ à une droite donnée (d).



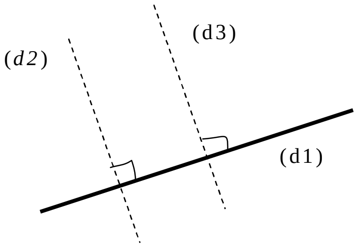
Propriété 2:

Par un point donné A, on ne peut tracer qu' une seule parallèle // à une droite donnée.



Propriété 3:

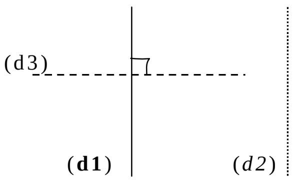
Si deux droites sont perpendiculaires $\perp$ **à une même droite**, alors elles sont parallèles //.

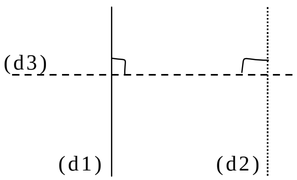


Données:
(*d2*) $\perp$ (**d1**)
(d3) $\perp$ (**d1**)
Conclusion:
(*d2*) // (d3)

Propriété 4:

Si deux droites sont parallèles // et si une troisième droite est perpendiculaire $\perp$ **à l'une**, alors elle est aussi perpendiculaire $\perp$ *à l'autre*.

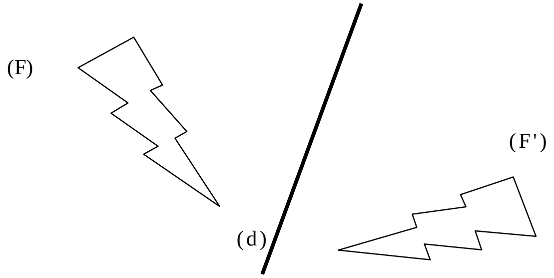




Données:
(**d1**) // (*d2*)
(d3) $\perp$ (**d1**)
Conclusion:
(*d2*) $\perp$ (d3)

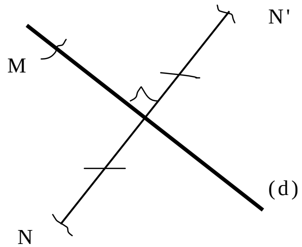
Symétrie par rapport à une droite:

Deux figures sont symétriques par rapport à une droite si, en pliant suivant cette droite, les deux figures se superposent.
Cette droite est appelée axe de symétrie.



Les deux figures (F) et (F') ont la même forme et les mêmes dimensions.

Symétrique d'un point par rapport à une droite:

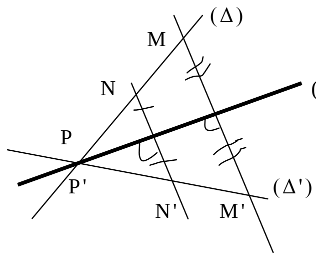


$\rightarrow$ M $\in$ (d) alors le symétrique de M par rapport à (d), c'est lui-même.
$\rightarrow$ N $\notin$ (d) alors le symétrique de N par rapport à (d) est N' tel que (d) est la médiatrice du segment [N'N]

Symétrique d'une droite:

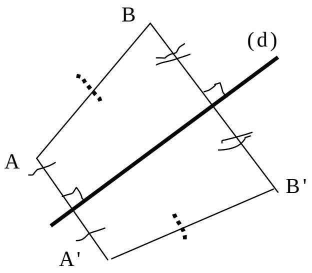
Le symétrique d'une droite par rapport à une droite est une droite.
La symétrie axiale conserve l'alignement.

(Δ) et (Δ') sont symétriques par rapport à (d).
M, N et P sont alignés: leurs symétriques M', N' et P' sont aussi alignés.



Symétrique d'un segment:

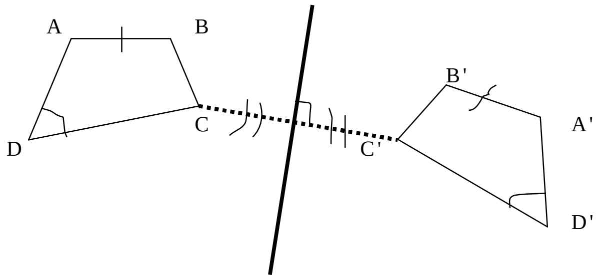
Le symétrique d'un segment par rapport à une droite est un segment de même longueur.
La symétrie axiale conserve les longueurs.



[AB] et [A'B'] sont symétriques
par rapport à (d)
AB = A'B'

Symétrie d'un polygone:

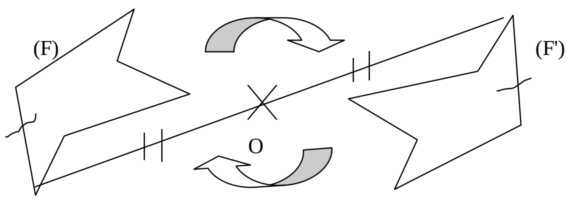
La symétrie d'un polygone par rapport à une droite est un polygone de mêmes mesures.
La symétrie axiale conserve les angles et les aires.



Symétrie centrale:

Figures symétriques

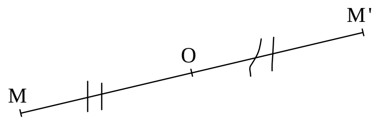
Deux figures sont symétriques par rapport à un point si elles sont superposables par demi-tour autour de ce point. Ce point est le centre de symétrie.
Les deux figures ont la même forme et les mêmes mesures.



O centre de symétrie

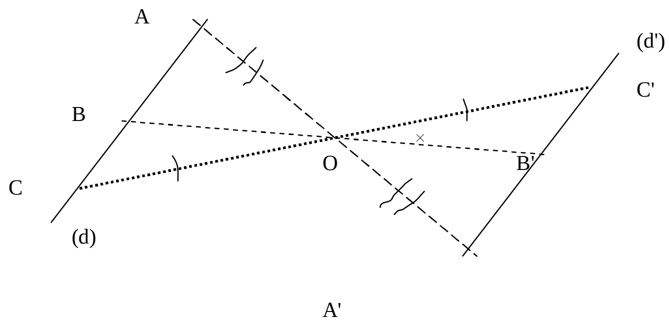
Symétrie d'un point

Le symétrique d'un point M par rapport à un point O est le point M' tel que le point O est le milieu du segment [MM']



Symétrie d'une droite:

Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite qui lui est parallèle //
La symétrie conserve l'alignement des points.



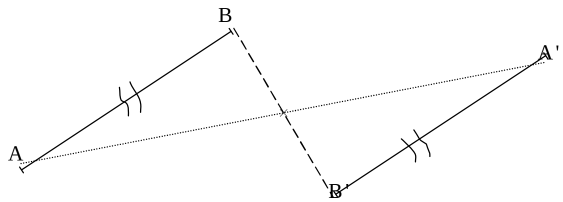
(d) // (d')

A, B et C alignés

A', B' et C' alignés

Symétrie d'un segment:

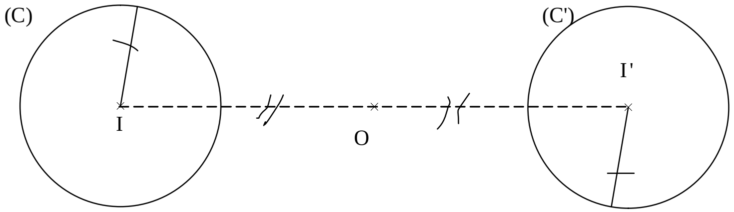
Le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment de même longueur.
La symétrie centrale conserve les longueurs.



AB = A'B'

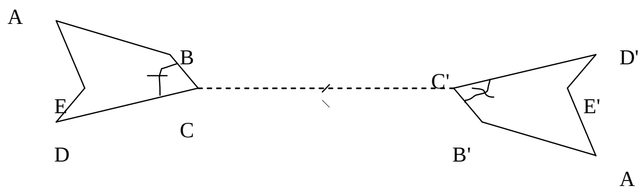
Symétrique d'un cercle:

Le symétrique d'un cercle par rapport à un point O est un cercle de même rayon.
Les centres de ces cercles sont symétriques par rapport au point O.



Symétrique d'un polygone:

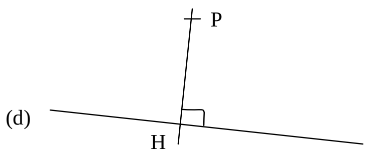
Le symétrique d'un polygone par rapport à un point est un polygone superposable.
La symétrie centrale conserve les mesures des angles, les périmètres et les aires.



$\widehat{BCD} = \widehat{B'C'D'}$

Distance d'un point à une droite:

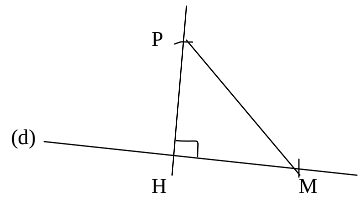
Soit une droite (d) et un point P qui $\notin$ à (d). Le point le plus roche de P est le point H tel que (PH) $\perp$ (d).
La distance du point P à une droite (d) est la longueur du segment [HP].



HP est la distance du point P à la droite (d).

Propriété: Si M est un point de la droite (d), alors PH $\leqslant$ PM

Propriété: Le segment [PH] est l'unique segment qui joint le point P à un point de la droite (d) et qui a la plus petite longueur.

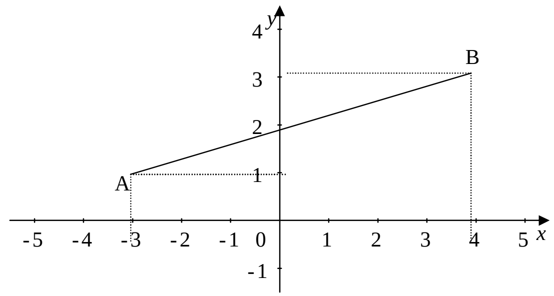


Distance de deux points dans un repère orthonormé:

Un repère est orthonormé lorsque l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées sont perpendiculaires $\perp$ et gradués avec la même unité de longueur.

Propriété: Dans un repère orthonormé, les points A et B ont pour coordonnées (x_A ; y_A) et (x_B ; y_B). Alors:

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 \quad \text{et donc } AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$



A (-3 ; 1) et B (4 ; 3)

$AB^2 = (4 - (-3))^2 + (3 - 1)^2$

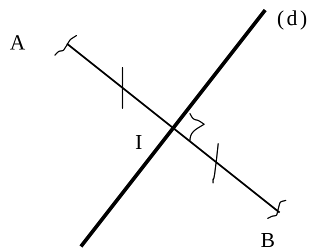
$AB^2 = 7^2 + 2^2 = 49 + 4 = 53$

$AB = \sqrt{53} \approx 7{,}28$

Médiatrice d'un segment:

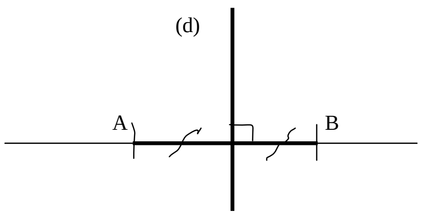
La médiatrice d'un segment est la droite qui coupe ce segment perpendiculairement $\perp$ en son milieu.

(d) est la médiatrice de [AB]
(d) $\perp$ (AB) et IA = IB



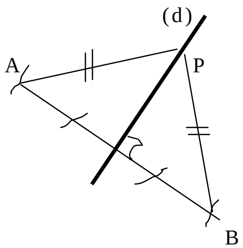
Un segment admet deux axes de symétrie:
- la médiatrice de ce segment
- la droite qui porte ce segment.

segment [AB]
médiatrice (d)
droite (AB)



Propriétés:

→ Si un point $\in$ à la médiatrice d'un segment, alors il est à égale distance des extrémités de ce segment.
→ Si un point est à égale distance des extrémités d'un segment, alors il $\in$ à la médiatrice de ce segment.



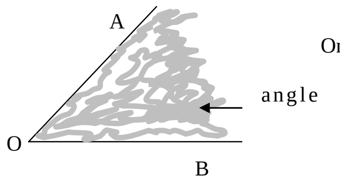
(d) médiatrice de [AB]

→ si P $\in$ (d), alors PA= PB

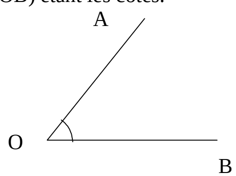
→ si PA = PB, alors P $\in$ (d)

Angles:

Un angle est la partie du plan délimitée par deux demi-droites de même origine. On le note $\widehat{AOB}$ ou $\widehat{BOA}$, O étant le sommet de l'angle, [OA) et [OB) étant les côtés.

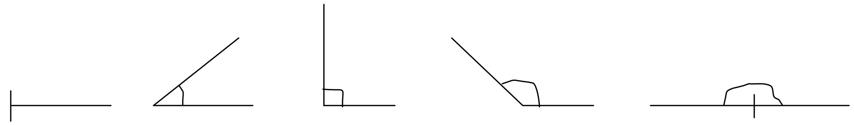


On symbolise par:



Un angle se mesure en degré. On note ° (Ex: 97°)

Angles et mesures:

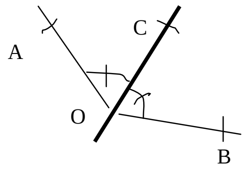


nul	aigu	droit	obtus	plat
0°	entre 0° et 90°	90°	entre 90° et 180°	180°

Bissectrice d'un angle:

La bissectrice d'un angle est la droite ou la demi-droite qui partage cet angle en deux angles adjacents de même mesure.

La bissectrice d'un angle est un axe de symétrie de cet angle.



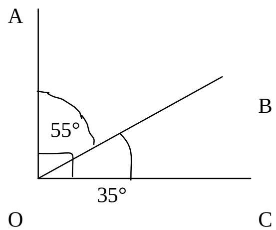
[OC) bissectrice de $\widehat{AOB}$

(OC) est axe de symétrie de $\widehat{AOB}$.

$\widehat{AOC} = \widehat{COB}$

Angles complémentaires:

Deux angles sont complémentaires quand la somme de leurs mesures est = à 90°



$\widehat{AOB}$ + $\widehat{BOC}$ =

55° + 35° = 90°

$\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ sont complémentaires

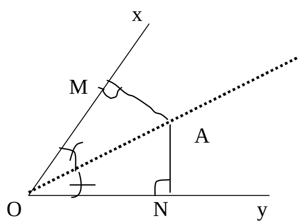
Équidistance:

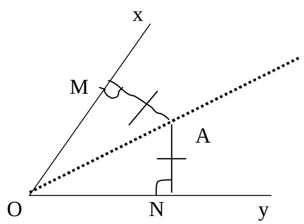
Propriété:

Si un point $\in$ à la bissectrice d'un angle, alors, il est équidistant des côtés de l'angle.

Propriété:

Si un point est équidistant des côtés d'un angle, alors il $\in$ à la bissectrice de l'angle.





A $\in$ à la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$

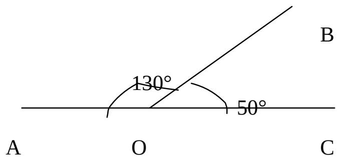
AM = AN

Le point A est équidistant des côtés de l'angle $\widehat{xOy}$. AM = AN

B $\in$ à la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$.

Angles supplémentaires:

Deux angles sont supplémentaires quand la somme de leurs mesures est = à 180°



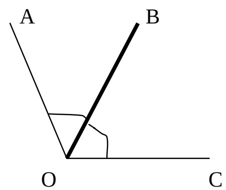
$\widehat{AOB}$ + $\widehat{BOC}$ =

130° + 50° = 180°

$\widehat{AOB}$ + $\widehat{BOC}$ sont supplémentaires

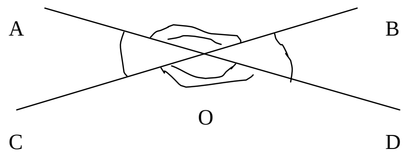
Angles adjacents:

Deux angles sont adjacents quand: → $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$
- ils ont le même sommet → O
- ils ont un côté commun → [OB]
- ils sont situés de part et d'autre du côté commun



Angles opposés par le sommet:

Deux angles sont opposés par le sommet quand:
- ils ont le même sommet
- leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre

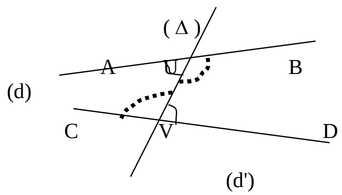


$\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$ sont opposés par le sommet

$\widehat{AOC}$ et $\widehat{BOD}$ sont opposés par le sommet

Angles alternes – internes:

Deux droites (d) et (d') coupées par une sécante (Δ) définissent deux paires d'angles alternes – internes.

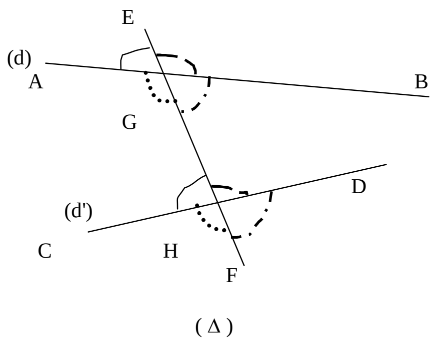


$\widehat{AUV}$ et $\widehat{DVU}$ sont alternes - internes

$\widehat{BUV}$ et $\widehat{DVB}$ sont alternes - internes

Angles correspondants:

Deux droites (d) et (d') coupées par une sécante (Δ) définissent quatre paires d'angles correspondants.



$\widehat{AGE}$ et $\widehat{CHG}$ sont correspondants

$\widehat{AGH}$ et $\widehat{CHF}$ sont correspondants

$\widehat{EGB}$ et $\widehat{GHD}$ sont correspondants

$\widehat{BGH}$ et $\widehat{DHG}$ sont correspondants

Droites parallèles et angles:

Propriété 1:

Si deux droites sont parallèles // ,
alors toute sécante commune forme des angles alternes - internes de même mesure.

(d1) // (d2) et (d) sécante

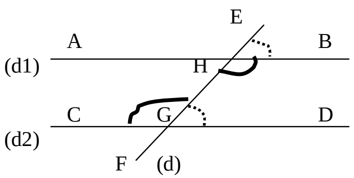
$\widehat{BHG} = \widehat{CGH}$

Propriété 2:

Si deux droites sont parallèles // ,
alors toute sécante commune forme des angles correspondants de même mesure.

(d1) // (d2) et (d) sécante

$\widehat{EHB} = \widehat{HGD}$



Propriété 3:
Propriété réciproque à la propriété 1

Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes – internes de même mesure, alors ces droites sont parallèles //

(d) sécante et $\widehat{BHG} = \widehat{CGH}$
(d1) // (d2)

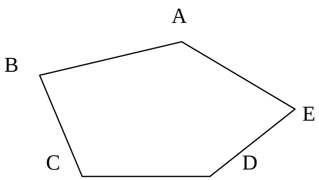
Propriété 4:
Propriété réciproque à la propriété 2

Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles correspondants de même mesure, alors ces droites sont parallèles //

(d) sécante et $\widehat{EHB} = \widehat{HGD}$
(d1) // (d2)

Polygone:

Un polygone est une figure fermée dont les côtés sont des segments.
poly = plusieurs

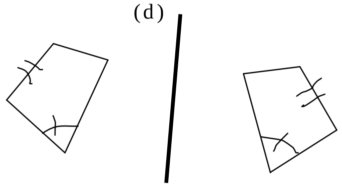


Le polygone se nomme AEDCB ou ABCDE

A, B, C, D et E sont les sommets

[AB], [BC], [CD], [DE] et [EA] sont les côtés
Il faut respecter l'ordre des lettres pour nommer le polygone.

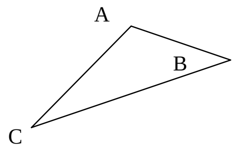
Symétrie: le symétrique d'un polygone par rapport à une droite est un polygone de mêmes mesures.



Triangles:

Un triangle est un polygone à 3 côtés.
tri = 3

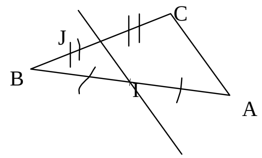
ABC est un triangle



Triangle et droites des milieux:

Propriété: Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle // au troisième côté.

Propriété: Dans un triangle, si un segment joint les milieux de deux côtés, alors sa longueur est la moitié de la longueur du troisième côté.

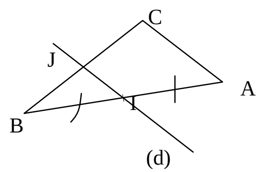


I milieu de (AB) et J milieu de (BC)
(IJ) // (AC)

AC = 2 cm
alors IJ = $\frac{1}{2}$ AC = 1 cm

Propriété: Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et si elle est parallèle // à un deuxième côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.

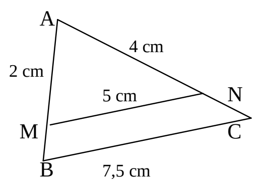
I milieu de (AB)
(IJ) // (AC)
alors J milieu de (BC)



Propriété de Thalès dans un triangle:

Dans un triangle ABC, le point M $\in$ [AB] et le point N $\in$ [AC].

Si les droites (MN) et (BC) sont parallèles //, alors on a les égalités: $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$



M $\in$ [AB] et N $\in$ [AC]

(MN) // (BC)

$\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$ $\frac{AN}{AC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ $\frac{MN}{BC} = \frac{5}{7,5} = \frac{2}{3}$

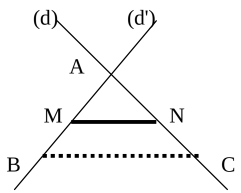
donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

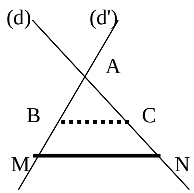
Astuce pour ne pas se tromper:

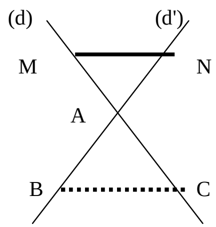
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Propriété de Thalès:

(d) et (d') sont deux droites sécantes en A
B et M sont deux points de (d), distincts de A
C et N sont deux points de (d'), distincts de A
Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles //, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

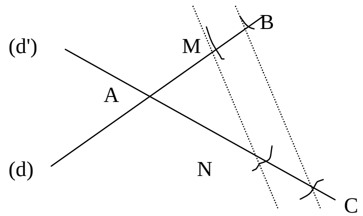


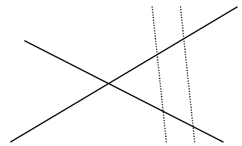


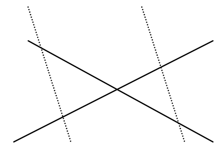


Réciproque de la propriété de Thalès:

(d) et (d') sont deux droites sécantes en A
B et M sont deux points de (d), distincts de A
C et N sont deux points de (d'), distincts de A
Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et les points A, B, M et les points A, C, N sont dans le même ordre, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles //.





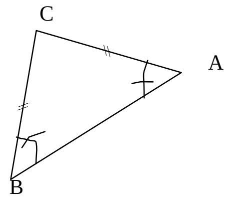


A, M, B et A, N C sont alignés dans le même ordre

$\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$ $\frac{AN}{AC} = \frac{3}{4,5} = \frac{2}{3}$ alors (BC) // (MN)

Triangle isocèle:

Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur



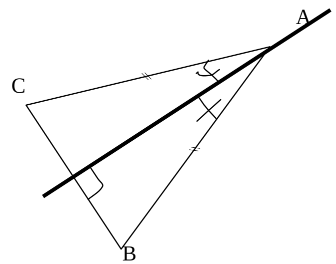
BCA est isocèle en C

C est le sommet principal

[AB] est la base

De plus, les deux angles à la base ont la même mesure: $\widehat{ACB} = \widehat{ABC}$

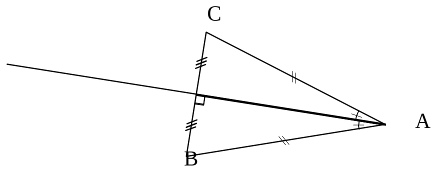
Un triangle isocèle possède un axe de symétrie: la médiatrice de sa base.



[CB] est la base

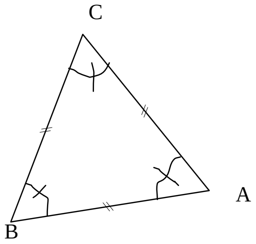
L'axe de symétrie est la bissectrice de l'angle principal $\widehat{CAB}$

Propriété: Si un triangle est isocèle, alors la bissectrice, la hauteur, la médiane issues du sommet principal et la médiatrice à la base sont confondues.



Triangle équilatéral:

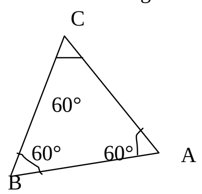
Un triangle équilatéral est un triangle dont les 3 côtés sont de même longueur.



AB = BC = CD

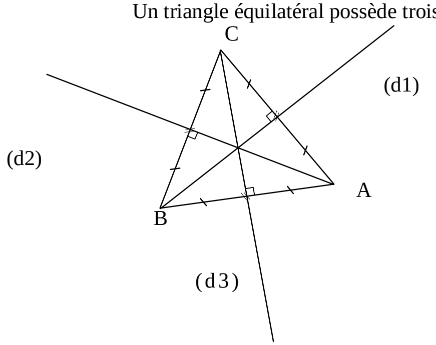
De plus, les trois angles ont la même mesure: $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC}$

Si un triangle est équilatéral, alors chacun des angles a pour mesure 60°



$\widehat{ABC} = \widehat{BCA} = \widehat{CAB} = 60°$

Un triangle équilatéral possède trois axes de symétrie: les médiatrices de ses côtés.

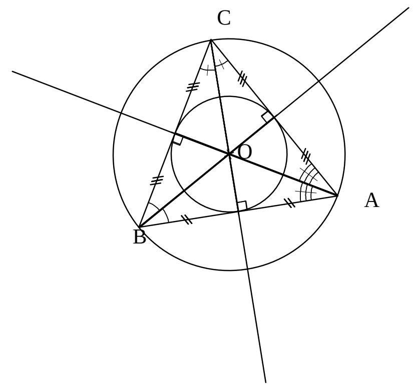


(d1), (d2) et (d3) sont les médiatrices

et les axes de symétrie.

Propriété: Si un triangle est équilatéral, alors la bissectrice, la hauteur, la médiane issues d'un sommet et la médiatrice du côté opposé à ce sommet sont confondues.

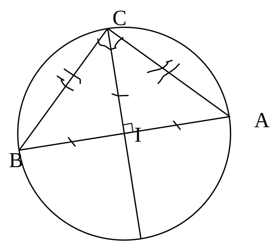
Propriété: Si un triangle est équilatéral, alors le centre du cercle inscrit, l'orthocentre, le centre de gravité et le centre du cercle circonscrit sont confondus.



Triangle isocèle et rectangle:

Propriété: Si un triangle est isocèle et rectangle, alors:

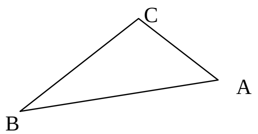
- la bissectrice, la hauteur, la médiane issues du sommet de l'angle droit et la médiatrice de l'hypoténuse sont confondues
- l'orthocentre est le sommet principal du triangle
- le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse
- la médiane issue du sommet de l'angle droit mesure la moitié de l'hypoténuse.



Inégalité triangulaire:

Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure < à la somme des longueurs des deux autres côtés.

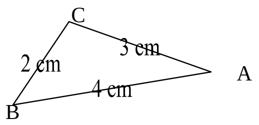
AB < AC + CB
AC < AB + BC
BC < BA + AC



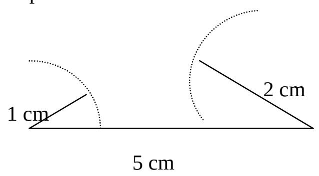
Conséquence: a, b et c trois longueurs données avec a > b et a > c
si a < b + c, alors on peut construire un triangle de côtés a, b et c
si a > b + c, alors on ne peut pas construire un triangle de côté a, b et c

Exemples:

AB = 4 cm, BC = 2 cm et AC = 3 cm
AB < BC + AC 4 < 2 + 3 4 < 5
possible

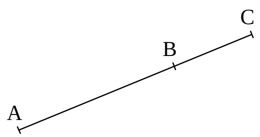


AB = 5 cm, BC = 1 cm et AC = 2 cm
AB > BC + AC 5 > 1 + 2 5 > 3
impossible

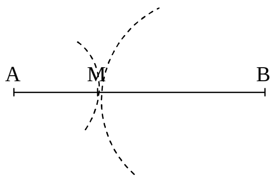


Egalité:

Propriété:
Si un point B ∈ au segment [AC],
alors AB + BC = AC

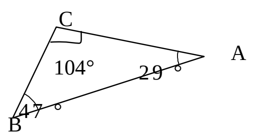


Propriété réciproque:
Si trois points A, B et M sont tels que
AM + MB = AB
alors le point M ∈ au segment [AB]



Somme des mesures des angles:

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°

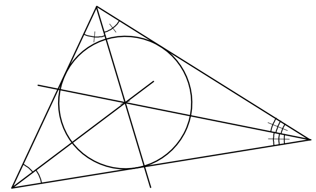


$\widehat{ABC} + \widehat{BCA} + \widehat{CAB}$
47° + 104° + 29° = 180°

Cercle inscrit dans un triangle:

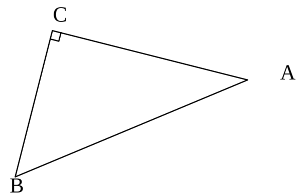
Propriété: Les bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes.
Le point de concours des bissectrices des angles d'un triangle est le cercle inscrit au triangle.

Propriété: Dans un triangle, si une droite passe par un sommet et par le centre du cercle inscrit, alors cette droite est la bissectrice de l'angle de ce sommet.



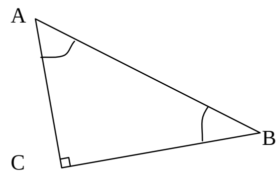
Triangle rectangle:

Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit. Le côté opposé à l'angle droit est appelé hypoténuse.



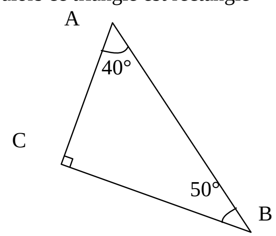
ABC est rectangle en C.
[AB] est l'hypoténuse.

Propriété:
Si un triangle est rectangle,
alors la somme des mesures
des angles aigus est = à 90°



$\widehat{CAB} + \widehat{CBA}$ = 90°

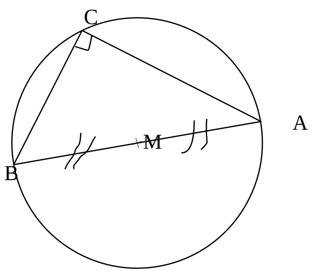
Propriété réciproque:
Si, dans un triangle, la somme des mesures
de deux angles est = à 90°,
alors ce triangle est rectangle



$\widehat{CAB} + \widehat{CBA}$ = 40° + 50° = 90°
Le triangle est rectangle en C

Triangle rectangle et cercle circonscrit:

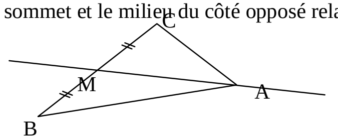
Propriété: Si un triangle est rectangle, alors son hypoténuse est un diamètre de son cercle circonscrit et le milieu de son hypoténuse est le centre de son cercle circonscrit.



Propriété: Si un triangle est inscrit dans un demi-cercle dont le diamètre est un côté du triangle, alors le triangle est rectangle et ce diamètre est son hypoténuse.

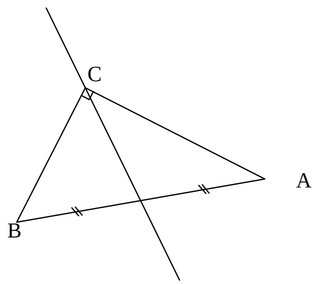
Triangle rectangle et médiane:

Dans un triangle, la longueur d'une médiane est égale à la longueur du segment joignant le sommet et le milieu du côté opposé relatifs à cette médiane.

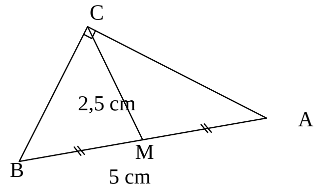


AM longueur de la médiane relative au côté [BC]

Propriété: Si un triangle est rectangle, alors la longueur de la médiane relative à l'hypoténuse est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse.



Propriété: Si un côté d'un triangle mesure le double de la longueur de la médiane relative à ce côté, alors le triangle est rectangle et ce côté est son hypoténuse.



AB = 5 cm = 2 CM = 2 × 2,5 cm

Le triangle ACB rectangle en C

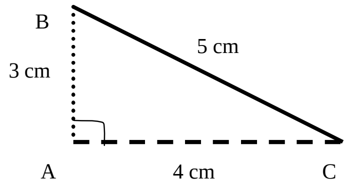
[AB] est l'hypoténuse

Théorème de Pythagore:

Théorème de Pythagore:

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de son hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

► Si ABC est un triangle rectangle en A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$



$BC^2 = BA^2 + AC^2$

$5^2 = 3^2 + 4^2$
$25 = 9 + 16$

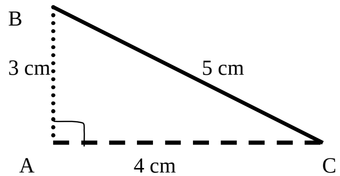
$BC^2 = BA^2 + AC^2$

Réciproque du Théorème de Pythagore:

Dans un triangle, si le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle.
Le plus grand côté est son hypoténuse.

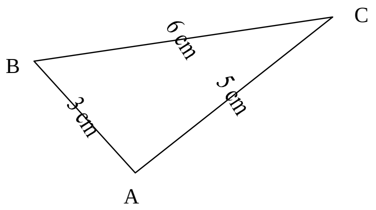
► Si, dans un triangle ABC, on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en A.

[BC] est le plus grand côté.
$BC^2 = 5^2 = 25$
$AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
On constate que $BC^2 = AB^2 + AC^2$
Réciproque du Théorème de Pythagore
Le triangle ABC est rectangle en A
[BC] est l'hypoténuse.



Propriété: Dans un triangle, si le carré de la longueur du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors le triangle n'est pas rectangle.

► Si, dans un triangle ABC, on a $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$, alors ABC n'est pas rectangle.



$BC^2 = 6^2 = 36$

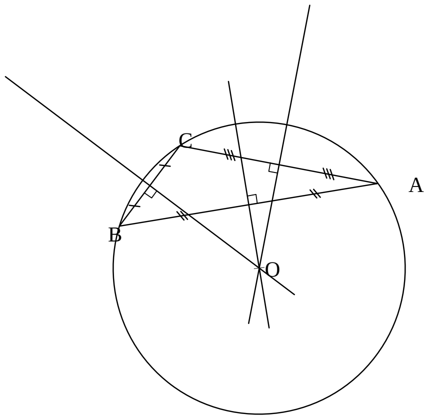
$AB^2 + AC^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$

$36 \neq 34$ donc $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$

ABC n'est pas rectangle

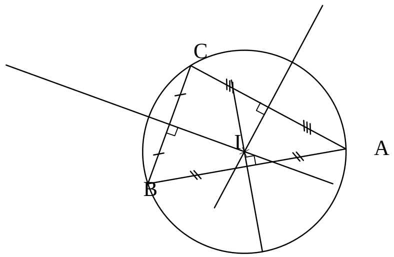
Médiatrices d'un triangle:

Dans un triangle, les trois médiatrices se coupent en un même point: on dit qu'elles sont concourantes.
Ce point est le centre du cercle qui passe par les trois sommets du triangle.
C'est le cercle circonscrit au triangle.



Médiatrices:

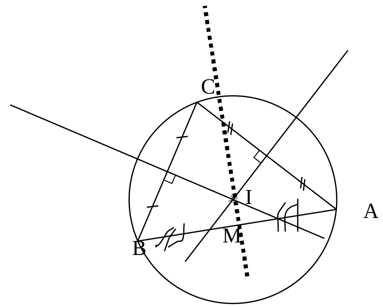
Propriété: Les médiatrices des côtés d'un triangle sont concourantes. Le point de concours des médiatrices des côtés d'un triangle est le centre du cercle circonscrit au triangle.



Le point I est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

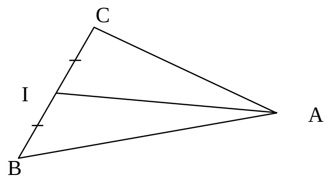
Propriété: Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et par le centre du cercle circonscrit, alors cette droite est la médiatrice de ce côté et elle lui est perpendiculaire $\perp$.

(IM) passe par le point I centre du cercle circonscrit au triangle ABC et par le milieu M du côté [AB].
La droite (IM) est la médiatrice du côté [AB].



Médianes d'un triangle:

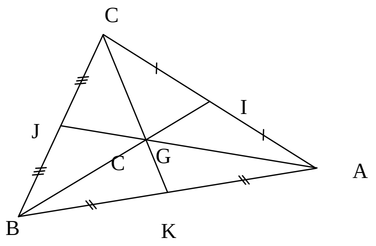
Dans un triangle, la médiane issue d'un sommet est la droite qui passe par e sommet et par le milieu du côté opposé à ce sommet.



Propriété: Les médianes d'un triangle sont concourantes.
Le point de concours des médianes d'un triangle est le centre de gravité du triangle.

Propriété: Si une droite passe par un sommet et par le centre de gravité d'un triangle, alors cette droite est une médiane et elle passe par le milieu du côté opposé au sommet.

Propriété: Le centre de gravité d'un triangle est situé, sur chaque médiane, au $\frac{1}{3}$ en partant du milieu du côté et aux $\frac{2}{3}$ en partant du sommet.



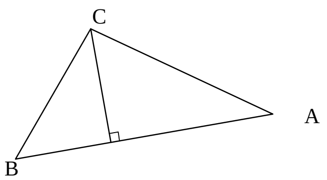
(AJ), (BI) et (AJ) sont les médianes.

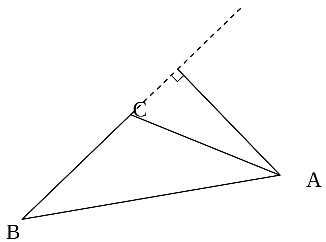
G est le centre de gravité.

$CG = \frac{2}{3} CK$ $BG = \frac{2}{3} BI$ et $AG = \frac{2}{3} AJ$

Hauteurs d'un triangle:

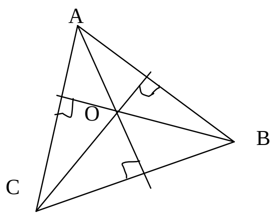
Dans un triangle, la hauteur issue d'un sommet est la droite qui passe par ce sommet et qui est perpendiculaire ⊥ au côté opposé à ce sommet.





Propriété: Les hauteurs d'un triangle sont concourantes. Le point de concours des hauteurs d'un triangle est l'orthocentre du triangle.

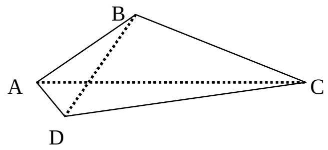
Propriété: Dans un triangle, si une droite passe par un sommet et par l'orthocentre, alors cette droite est une hauteur et elle est perpendiculaire ⊥ au côté opposé à ce sommet.



O est l'orthocentre du triangle ABC

Quadrilatère:

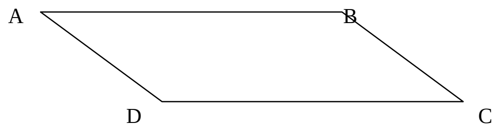
Un quadrilatère est un polygone à 4 côtés.



Respecter l'ordre des points pour nommer un quadrilatère:

ABCD ≠ ABDC

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles //



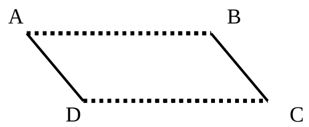
[AB] // [DC]

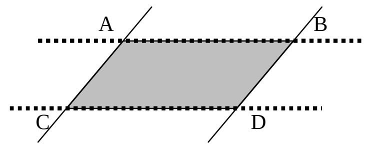
[AD] // [BC]

Propriétés:

Si le quadrilatère ABCD est un parallélogramme, alors (AB) // (CD) et (AD) // (BC)

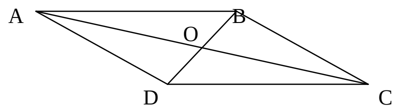
Dans le quadrilatère ABCD si (AB) // (CD) et (AD) // (BC) alors ABCD est un parallélogramme





Centre de symétrie:

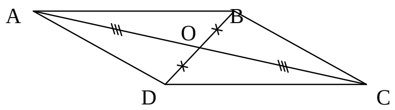
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors il possède un centre de symétrie qui est le point d'intersection de ses diagonales.



O est centre de symétrie du parallélogramme ABCD

Propriétés:

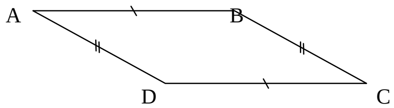
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.



OB = OD

OA = OC

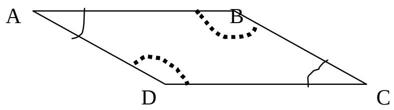
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés ont la même longueur.



AB = DC

AD = BC

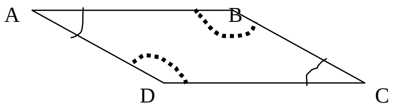
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles opposés ont la même mesure.



$\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$

$\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$

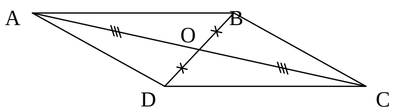
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles consécutifs sont supplémentaires.



$\widehat{ABC} + \widehat{BCD} = 180°$

$\widehat{BCD} + \widehat{CDA} = 180°$

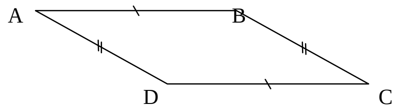
Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.



OA = OC
OB = OD
O milieu de [AC] et [BD]

ABCD parallélogramme

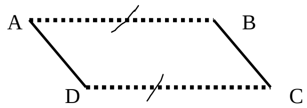
Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de la même longueur, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.



AB = CD
DC = AD

ABCD parallélogramme

Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles // et de même longueur, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

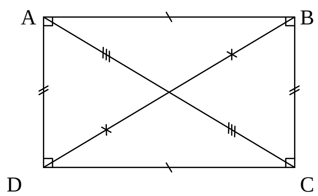


(AB) // (DC)
AB = DC

ABCD parallélogramme

Rectangle:

Un rectangle est un quadrilatère dont les 4 angles sont droits.
Les côtés opposés sont de même longueur.
Les diagonales se coupent en leur milieu.
Les diagonales ont même longueur.



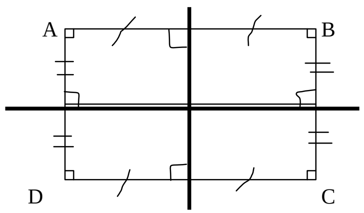
$\widehat{ABC} = \widehat{BCD} = \widehat{CDA} = \widehat{DAB} = 90°$

AB = CD
AD = BC

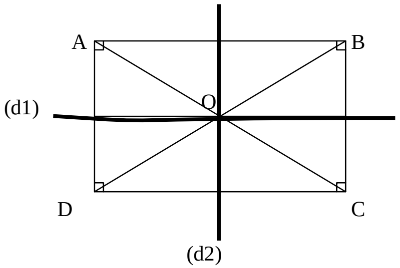
AO = OC = OD = OB

AC = BD

Un rectangle a deux axes de symétries: les médiatrices de ses côtés.



Un rectangle possède 2 axes de symétrie: les médiatrices de ses côtés.
Un rectangle possède un centre de symétrie: le point d'intersection de ses diagonales.

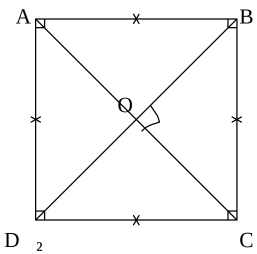


(d1) et (d2) médiatrices des côtés [AD] et [AB]
les eux axes de symétrie.

O point d'intersection des diagonales
centre de symétrie.

Carré:

Un carré est un quadrilatère dont les 4 angles sont droits et les 4 côtés sont de même longueur.
Les diagonales se coupent en leur milieu.
Les diagonales ont même longueur.
Les diagonales sont perpendiculaires.



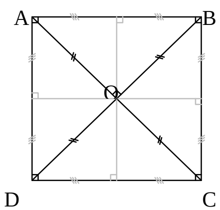
$\widehat{ABC} = \widehat{BCD} = \widehat{CDA} = \widehat{DAB} = 90°$

AB = CD
AD = BC

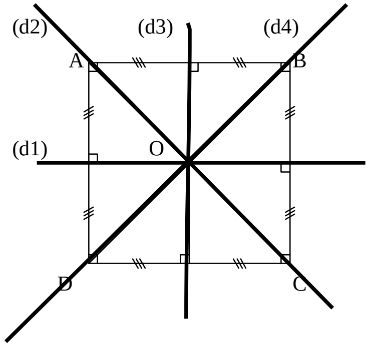
AO = OC = OD = OB

[AC] $\perp$ [BD]
AC = BD

Propriété: Un carré est à la fois un rectangle et un losange.
Un carré a 4 axes de symétrie:
- les diagonales
- les médiatrices de ses côtés.



Le carré possède 4 axes de symétrie: ses diagonales et les médiatrices de ses côtés.
Le carré possède un centre de symétrie: le point d'intersection de ses diagonales.

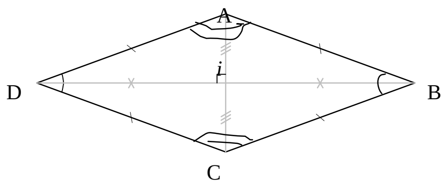


(d1) et (d2) médiatrices des côtés [AD] et [AB]
(d2) et (d4) diagonales
axes de symétrie.

O point d'intersection des diagonales
centre de symétrie.

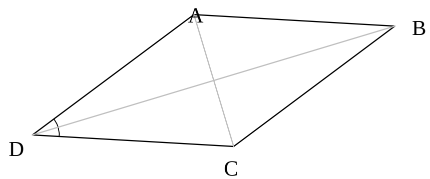
Losange:

Un losange est un quadrilatère dont les 4 côtés sont de même longueur.
Les diagonales se coupent en leur milieu.
Les diagonales sont perpendiculaires $\perp$
Les angles opposés ont même mesure.

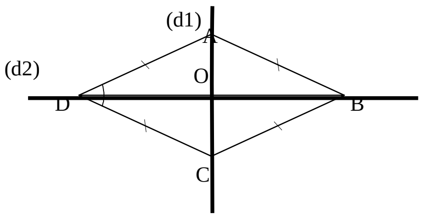


AB = BC = CD = DA
AI = IC et DI = IB
[AC] $\perp$ [BD]
$\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$
$\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$

Un losange a deux axes de symétrie: les diagonales.



Un losange possède 2 axes de symétrie: ses diagonales.
Un losange possède un centre de symétrie: le point d'intersection de ses diagonales.

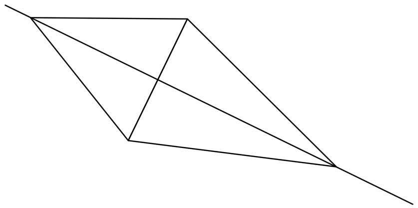


(d1) et (d2) diagonales
axes de symétrie

O point d'intersection des diagonales
centre de symétrie

Le cerf-volant:

Un cerf-volant est un quadrilatère ayant deux paires de côtés consécutifs de même longueur et dont les diagonales se coupent à l'intérieur.
Un cerf-volant a un axe de symétrie: la diagonale la plus longue.

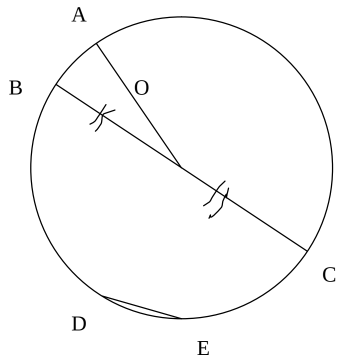


Propriétés des parallélogrammes particuliers:

→ ***voir tableau des quadrilatères et main levée***

Cercle:

Un cercle (C) de centre O est formé de tous les points situés à la même distance du point O. Cette distance commune est le rayon du cercle.



O est le centre du cercle

[OA] est un rayon
[BC] est un diamètre
[DE] est une corde
$\overset{\frown}{DB}$ est un arc de cercle

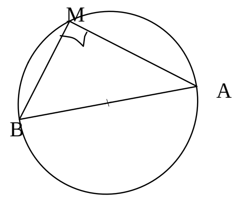
Cercle et angle droit:

Propriété:

Si un angle $\widehat{AMB}$ est droit,

alors le point M $\in$ au cercle

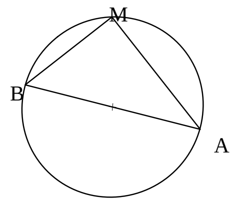
de diamètre [AB].



Propriété:

Si un point M $\in$ à un cercle de diamètre [AB],

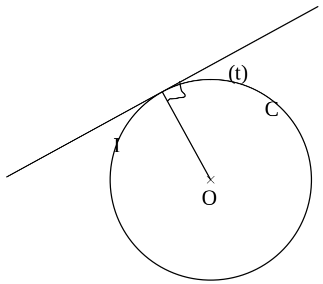
alors l'angle $\widehat{AMB}$ est droit.



Droite tangente à un cercle:

Soit un cercle (C) de centre O et I un point du cercle.
La tangente en I au cercle (C) est la droite passant par le point I et perpendiculaire $\perp$ au rayon [OI]

Propriété: Le point I est le seul point commun au cercle et à la tangente (t) en I au cercle.

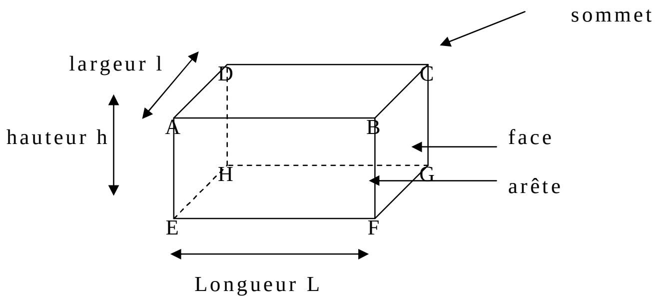


(t) est la tangente en I au cercle (C)

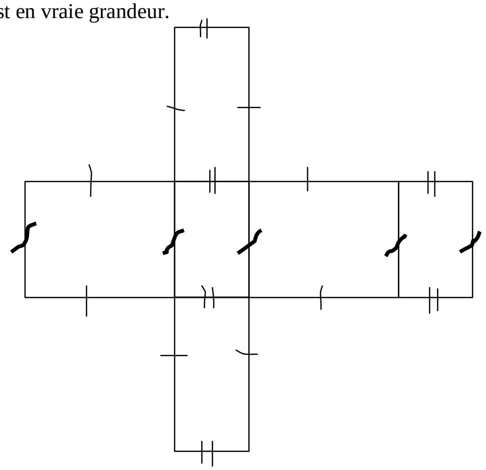
(t) $\perp$ [OI]

Parallélépipède rectangle:

Un parallélépipède rectangle (ou **pavé droit**) est un solide dont les 6 faces sont des rectangles.

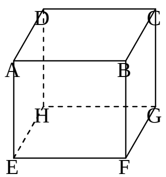


Un patron d'un solide est un dessin qui permet, après découpage et pliage, de fabriquer ce solide.
Chaque face est en vraie grandeur.



Cube:

Un cube est un solide dont les 6 faces sont des carrés.



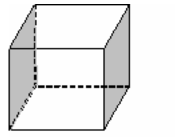
Perspective cavalière:

La perspective cavalière est une technique de dessin qui permet de représenter un solide sur une feuille de papier. Elle permet de représenter dans le plan un objet de l'espace.

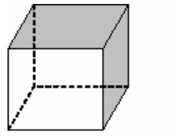
Voir le parallélépipède rectangle et le cube:

→ les droites // sur le solide restent // sur le dessin
→ deux arêtes // et de même longueur sur le solide restent // et de même longueur sur le dessin.
→ les arêtes cachées sont représentées en pointillés (-------)

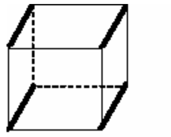
Quelques propriétés:



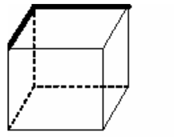
Deux faces opposées sont parallèles //



Deux faces non opposées sont perpendiculaires ⊥



Deux arêtes parallèles // ont la même longueur



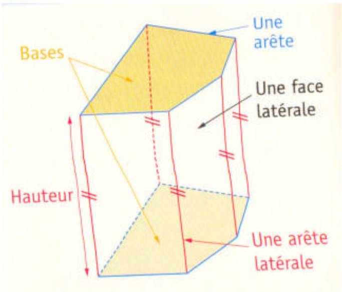
Deux arêtes issues d'un même sommet sont perpendiculaires ⊥

Prisme droit:

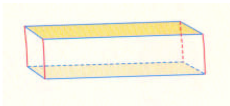
Un prisme droit est un solide dont:

- 2 faces sont des polygones superposables et parallèles // et on les appelle bases.
- les autres faces sont des rectangles et on les appelle faces latérales.

La hauteur d'un prisme droit est la longueur commune des arêtes latérales.



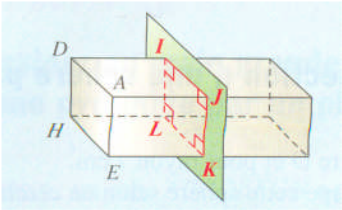
Si les bases sont des rectangles,
le prisme droit est un parallélépipède rectangle.



Sections d'un pavé droit par un plan:

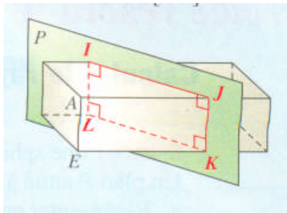
Propriétés:

La section d'un pavé droit par un plan P parallèle // à une face est un rectangle.



P est // à la face ADEH

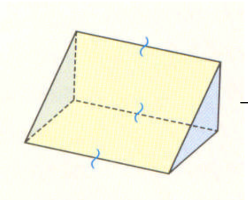
La section d'un pavé droit par un plan P parallèle // à une arête est un rectangle

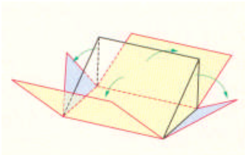


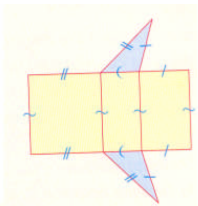
P est // à l'arête [AE]

Patron:

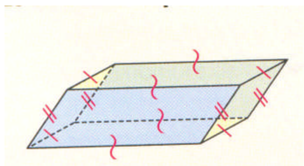
La base est un triangle:

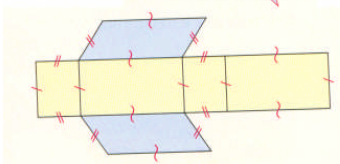






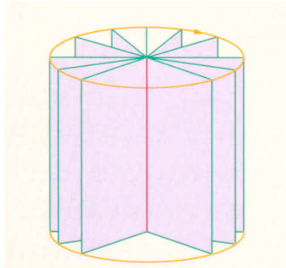
La base est un parallélogramme:

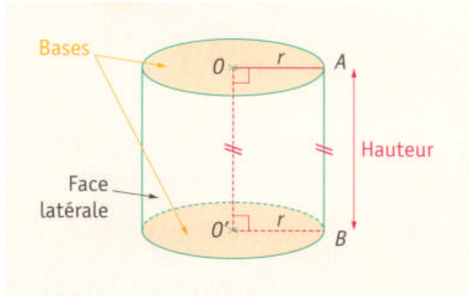




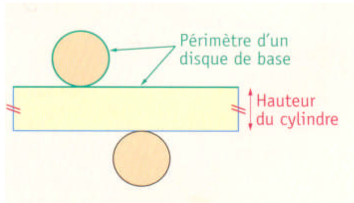
Cylindre de révolution:

Un cylindre de révolution est le solide obtenu en faisant effectuer à un rectangle un tour autour d'un de ses côtés.
La hauteur d'un cylindre de révolution est la longueur du segment joignant les centres des bases.





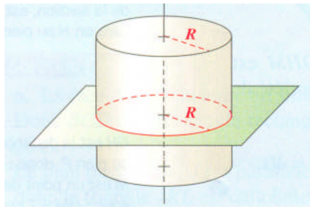
Patron:



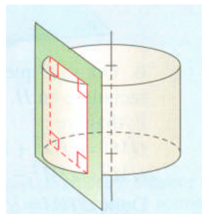
Sections d'un cylindre de révolution par un plan:

Propriétés:

La section d'un cylindre de rayon R par un plan perpendiculaire ⊥ à l'axe est un cercle de rayon R et dont le centre ∈ à cet axe.

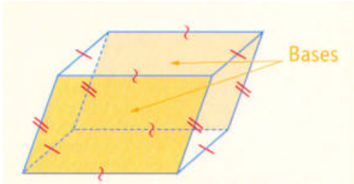


La section d'un cylindre par un plan parallèle // à l'axe est un rectangle.

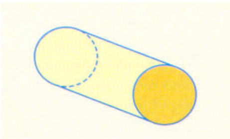


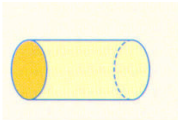
Perspective cavalière:

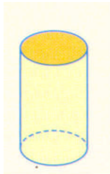
Prisme droit:



Cylindre de révolution:



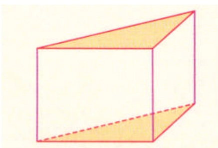




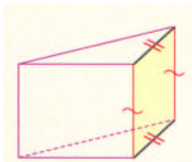
une base est vue de face

aucune base n'est vue de face

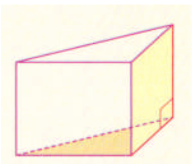
Voir dans l'espace:



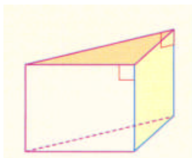
les 2 bases sont //



sur chaque face latérale, 2 arêtes opposées sont // et ont la même longueur



une arête latérale et une arête d'une base, issues d'un même sommet sont perpendiculaires ⊥



un face latérale et une base sont perpendiculaires ⊥

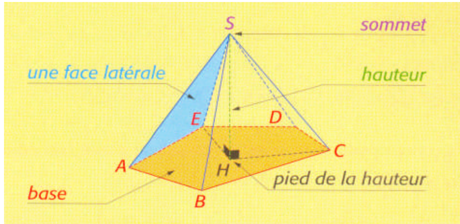
Pyramide:

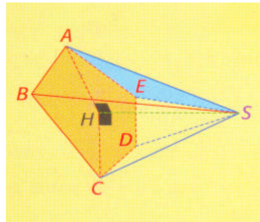
Une pyramide est un solide tel que:

- les faces latérales sont des triangles ayant un sommet en commun qui est le sommet de la pyramide.
- la base est un polygone et c'est la seule face ne contenant pas le sommet de la pyramide.

La hauteur d'une pyramide, c'est:

- la droite passant par le sommet de la pyramide et perpendiculaire ⊥ à la base.
- la longueur du segment joignant le sommet de la pyramide au pied de la hauteur.

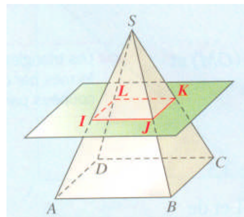




La pyramide se nomme: ABCDE - Le sommet est le point S - La hauteur est [SH] ou SH.

Sections d'une pyramide par un plan:

Propriété: La section d'une pyramide par un plan parallèle // à la base est un polygone de même forme que la base: ses côtés sont parallèles // à ceux de la base.

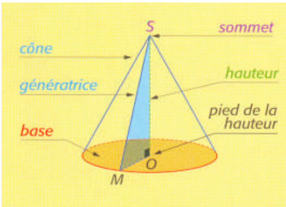


ABCD est un carré. Alors, IJKL est un carré et (IJ) // (AB), (JK) // (BC), etc...

Cône de révolution:

Un cône de révolution est le solide engendré par la rotation d'un triangle rectangle autour d'un des côtés de l'angle droit. Il est constitué:
- d'un disque appelé base du cône,
- d'une surface conique engendrée par une génératrice qui est l'hypoténuse du triangle rectangle.

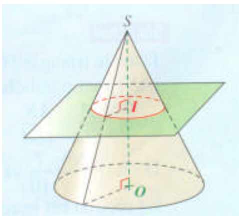
La hauteur d'un cône de révolution, c'est:
- la droite passant par le centre de la base et par le sommet du cône,
- la longueur du segment joignant le centre de la base et le sommet du cône.



Le point S est le sommet du cône - La base est le disque de centre O et de rayon [OM]
La hauteur est la droite (SO) ou [SO] - Le point O est le pied de la hauteur.
Le segment [SM] est une génératrice du cône.

Sections d'un cône de révolution par un plan:

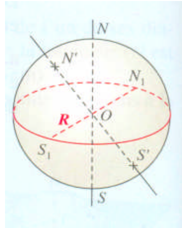
Propriété: La section d'un cône de révolution par un plan parallèle // à la base est un cercle dont le centre ∈ à la hauteur du cône.



Sphère:

La sphère de centre O et de rayon R est l'ensemble des points M tels que OM = R.

La boule de centre O et de rayon R est l'ensemble des points M tels que OM ≤

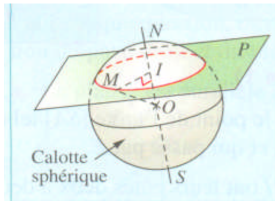


[NS] est un diamètre de la sphère et NS = 2R

Section d'une sphère par un plan:

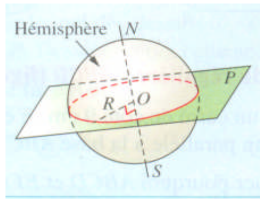
Propriété: La section d'une sphère par un plan est un cercle.

Soit une sphère de centre O et de rayon R
Soit P un plan perpendiculaire en I à un diamètre [NS]
Soit OI le distance du centre O au plan P.



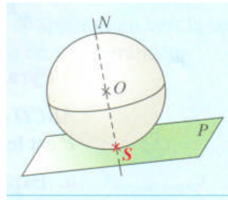
0 < OI < R

Le cercle de section a pour centre I
Pour tout point M de ce cercle, le triangle OIM est rectangle en I



OI = 0

Le cercle de section a même centre O et même rayon R que la sphère: on dit que c'est un grand cercle de la sphère.



OI = R

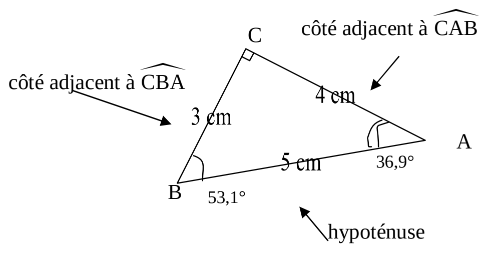
Le cercle de section a pour centre S (ou N) et pour rayon O. On dit que le plan P est tangent à la sphère en S (ou N)

Remarque: Si OI > R, le plan P ne coupe pas la sphère.

Cosinus d'un angle aigu:

Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est égal au quotient de la longueur du côté adjacent à l'angle par la longueur de l'hypoténuse. (On note cos).

$$\text{Cosinus d'un angle aigu} = \frac{\textit{longueur du côté adjacent à l'angle}}{\textit{longueur de l'hypoténuse}}$$



$\cos \widehat{CBA} = \dfrac{BC}{BA}$

$\cos 53{,}1° = \dfrac{3}{5} = 0{,}6$

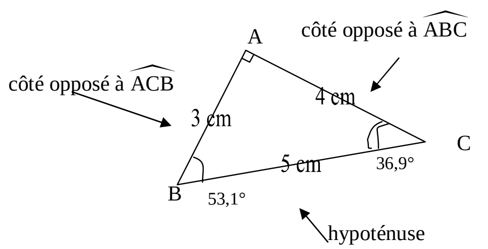
$\cos \widehat{CAB} = \dfrac{AC}{AB}$

$\cos 36{,}9° = \dfrac{4}{5} = 0{,}8$

Sinus d'un angle aigu:

Sinus: ABC est un triangle rectangle en A.
le sinus de l'angle $\widehat{ABC}$, noté sin $\widehat{ABC}$, est le rapport $\dfrac{AC}{BC}$

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{\textit{longueur du côté opposé de l'angle}}{\textit{longueur de 'hypoténuse}}$$



$\sin \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC}$

$\sin 53{,}1° = \dfrac{4}{5} = 0{,}8$

$\sin \widehat{ACB} = \dfrac{AB}{BC}$

$\sin 36{,}9° = \dfrac{3}{5} = 0{,}6$

Remarque: Le sinus et le cosinus de n'importe quel angle aigu sont compris entre 0 et 1

Tangente d'un angle aigu:

Tangente: ABC est un triangle rectangle en A.
le sinus de l'angle $\widehat{ABC}$, noté sin $\widehat{ABC}$, est le rapport $\dfrac{AC}{BC}$

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{\textit{longueur du côté opposé}}{\textit{longueur du côté adjacent}}$$

$\tan \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB} = \tan 53{,}1° = \dfrac{4}{3} \approx 1{,}333$ et $\tan \widehat{ACB} = \dfrac{AB}{AC} = \tan 36{,}9° = \dfrac{3}{4} = 0{,}75$

Remarque: La tangente d'un angle aigu est un nombre positif.

Formules de trigonométrie:

Propriété: $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

Démonstrations et exemples:

$\mathbf{\cos^2 x + \sin^2 x = 1}$

$$(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 + \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 = \frac{AB^2}{BC^2} + \frac{AC^2}{BC^2} = \frac{AB^2 + BC^2}{BC^2}$$

D'après la propriété de Pythagore: $AB^2 + AC^2 = BC^2$

on a donc $\dfrac{AB^2 + BC^2}{BC^2} = \dfrac{BC^2}{BC^2} = 1$ Donc $\mathbf{\cos^2 x + \sin^2 x = 1 = 1}$

Soit l'angle $\widehat{ABC}$: $(\cos 53{,}1°)^2 + (\sin 53{,}1°)^2 = \left(\dfrac{3}{5}\right)^2 + \left(\dfrac{4}{5}\right)^2 = \dfrac{3^2}{5^2} + \dfrac{4^2}{5^2} = \dfrac{3^2 + 4^2}{5^2}$

or $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$ $\dfrac{3^2 + 4^2}{5^2} = \dfrac{5^2}{5^2} = 1$

On peut aussi écrire que: $(\cos 53{,}1°)^2 + (\sin 53{,}1°)^2 = (0{,}6)^2 + (0{,}8)^2 = 0{,}36 + 0{,}64 = 1$

$$\mathbf{tan\ x} = \frac{\boldsymbol{sin\ x}}{\boldsymbol{cos\ x}}$$

$$\frac{\boldsymbol{sin\ x}}{\boldsymbol{cos\ x}} = \frac{\dfrac{AC}{BC}}{\dfrac{AB}{BC}} = \frac{AC}{BC} \times \frac{BC}{AB} = \frac{AC}{AB} = \tan x$$

$$\frac{sin\ 53{,}1°}{cos\ 53{,}1°} = \frac{\dfrac{4}{5}}{\dfrac{3}{5}} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{4}{3} = \tan 53{,}1°$$

On peut écrire que: $\dfrac{sin\ 53{,}1°}{cos\ 53{,}1°} = \dfrac{0{,}8}{0{,}6} = \dfrac{4}{3} \approx 1{,}333 = \tan 53{,}1$

Vecteurs:

Direction et sens:

Lorsque deux droites sont parallèles // , on dit qu'elles ont même direction.
Une direction étant donné par une droite (AB), il y a deux sens possibles: de A vers B ou de B vers A.

Translation et égalité vectorielle:

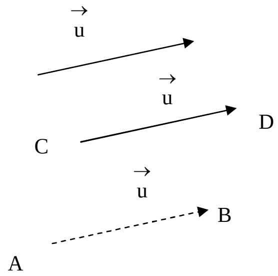
Soit la translation qui transforme les points A, C, E, ...en B, D, F,....

A cette translation est associée le vecteur $\vec{u}$:
- de direction: celle indiquée par la droite (AB)
- de sens: celui de A vers B
- de longueur: la longueur AB

Ce vecteur peut aussi être noté $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{EF}$, ...

La translation est appelée translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

Dire que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ signifie que la translation qui transforme A en B transforme aussi C en D.



$\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

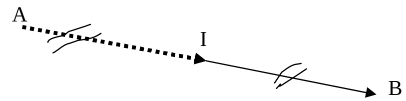
Des vecteurs sont égaux signifient qu'ils ont:

- même direction
- même sens
- même longueur

Milieu d'un segment:

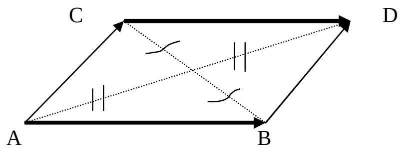
Propriété: ► Si I est le milieu du segment [AB], alors $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$.

► Si $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$, alors I est le milieu du segment [AB]

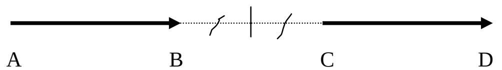


Vecteurs et parallélogrammes:

Propriétés: ► Si [AD] et [BC] ont le même milieu, alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$

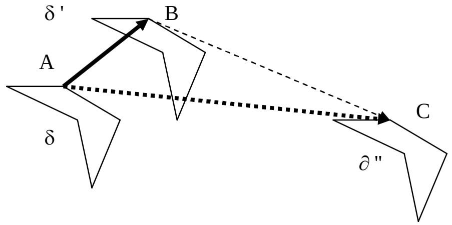


► Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, alors [AD] et [BC] ont le même milieu et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.



Somme de deux vecteurs:

Propriété: Par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, la figure ∂ se transforme en δ '
par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$, la figure δ ' se transforme en δ "
alors, la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$ transforme δ en δ"



Relation de Chasles: A, B et C sont trois points quelconques.

On dit que la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ est le vecteur $\overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Vecteurs particuliers:

Vecteur nul: $\vec{0}$

$\vec{0} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = ...\ 0$

D'après la relation de Chasles: $\overrightarrow{AB} + \vec{0} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$

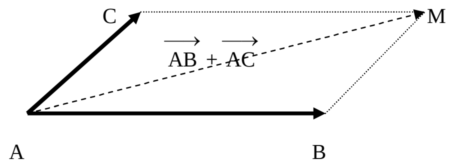
Vecteurs opposés: $\overrightarrow{BA}$ est le vecteur opposé à $\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$

D'après la relation de Chasles: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

Règle du parallélogramme: ABMC est un parallélogramme

alors, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}$



ABMC parallélogramme

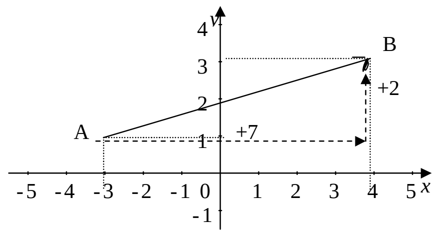
donc: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BM}$

donc: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM}$
(d'après la relation de Chasles).

Coordonnées d'un vecteur:

A et B sont les points de coordonnées $(x_A\ ;\ y_A)$ et $(x_B\ ;\ y_B)$.

alors, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(x_B - x_A\ ;\ y_B - y_A)$



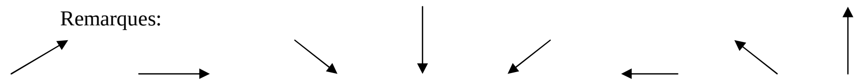
A (-3 ; 1) B (4 ; 3)

$\overrightarrow{AB}\ (x_B - x_A\ ;\ y_B - y_A)$

$\overrightarrow{AB}\ (4 - (-3)\ ;\ 3 - 1)$

$\overrightarrow{AB}\ (7\ ;\ 2)$

Remarques:

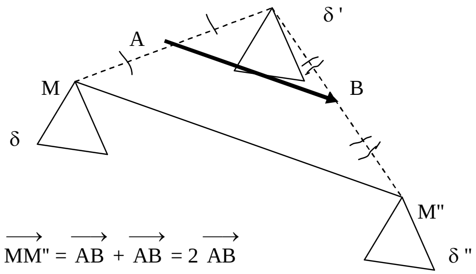


(+ ; +) (+ ; 0) (+ ; -) (0 ; -) (- ; -) (- ; 0) (- ; +) (0 ; +)

Composition de deux symétries centrales:

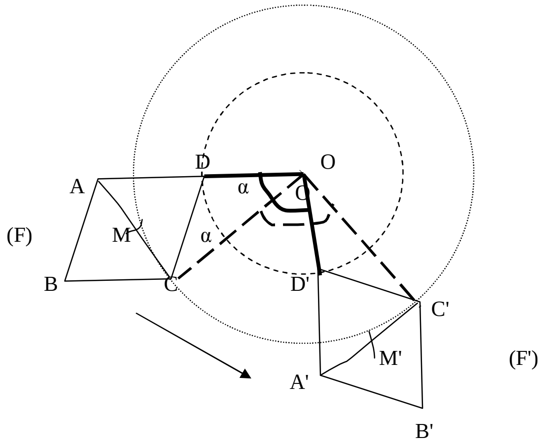
La figure δ a pour symétrique δ ' par rapport à A.
La figure δ' a pour symétrique δ " par rapport à B.

Alors la translation de vecteur $2\ \overrightarrow{AB}$ (c'est-à-dire $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$) transforme directement ∂ en δ "



$\overrightarrow{MM''} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = 2\ \overrightarrow{AB}$

Rotation:

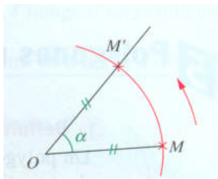


En tournant autour de O d'un angle de mesure α, la figure (F) vient se superposer à (F')

Image d'un point par une rotation:

Par la rotation de centre O et d'angle α , dans le sens de la flèche:

- l'image d'un point M (distinct de O) est le point M' tel que OM = OM' et $\widehat{MOM'}$ = α (en tournant dans le sens de la flèche).
- l'image de O est le point O

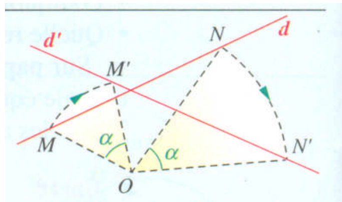


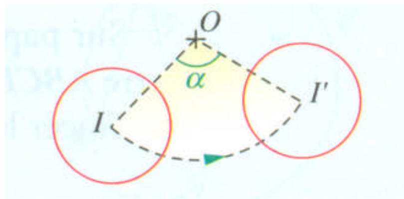
Une rotation conserve les longueurs, l'alignement, les angles et les aires.

(voir 1ère figure): A, B, C, D, M ont pour image A', B', C', D' et M'
AB = A'B'
A, M, C alignés donc A', M', C' alignés
$\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$
Les quadrilatères ABCD et A'B'C'D' ont même aire.

Image de figures par une rotation:

Par une rotation:
- une droite (d) a pour image une droite (d')
- un segment a pour image un segment de même longueur
- une demi-droite a pour image une demi-droite
- un cercle de centre I a pour image le cercle de même rayon dont le centre I' est l'image de I





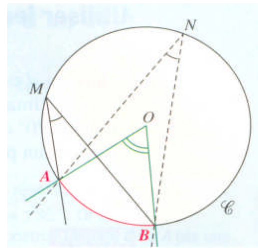
Angles inscrits dans un cercle:

(C) est un cercle de centre O:

- On dit qu'un angle $\widehat{AMB}$ est inscrit dans (C) lorsque son sommet M ∈ à (C)et lorsque [MA] et [MB] sont des cordes de (C).
- $\widehat{AOB}$ est l'angle au centre associé à l'angle inscrit $\widehat{AMB}$; On dit qu'ils interceptent le même arc de cercle $\overset{\frown}{AB}$.

Propriété: La mesure d'un angle inscrit dans un cercle est égale à la moitié de la mesure de l'angle au centre associé.

$$\widehat{AMB} = \widehat{ANB} = \frac{1}{2}\,\widehat{AOB}$$

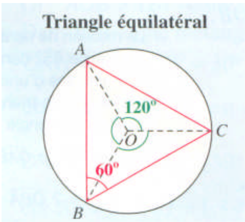


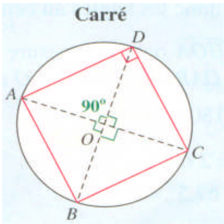
Polygones réguliers:

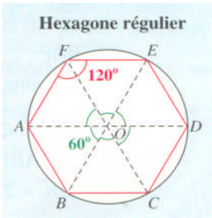
Un polygone régulier est un polygone dont tous les côtés ont la même longueur et dont tous les angles ont la même mesure

Propriétés: Il existe un cercle passant par tous les sommets d'un polygone régulier. On l'appelle le cercle circonscrit au polygone régulier. le centre O de ce cercle est appelé le centre du polygone régulier.

A et B sont deux sommets consécutifs d'un polygone régulier de centre O. La rotation de centre O et d'angle $\widehat{AOB}$ dans un sens quelconque transforme le polygone régulier en lui-même.







$\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COA} = 120°$

$\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = ... = 90°$

$\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = ... = 60°$