


Aide mémoire Numération 4^{ème}

Produit de nombres relatifs:

Multiplication ou division		
Règle des signes (astuce mnémotechnique)		
\times 	+	-
	ami +4	ennemi -3
+	+ Les amis de mes amis sont mes amis . (+4) × (+4) = +16	- Les amis de mes ennemis sont mes ennemis . (+4) × (-3) = -12
-	- Les ennemis de mes amis sont mes ennemis . (-3) × (+4) = -12	+ Les ennemis de mes ennemis sont mes amis . (-3) × (-3) = +9

Produits de plusieurs nombres relatifs:

Appliquer la règle des signes par deux nombres à la fois:

$$(-4) \times (+5) \times (-2) \times (-3) =$$

$$(-20) \times (+6) =$$

$$- 120$$

- (Astuce: - compter le nombre de bâtons des signes: - + - - soit 5 bâtons.
 - redessiner les signes sans dépasser le nombre de bâtons: + + -
 - le signe de l'opération est le dernier signe dessiné, soit -).

Quotient de nombres relatifs: mêmes règles que le produit

$$\frac{+24}{-8} = -3$$

$$\frac{+24}{+8} = +3$$

$$\frac{-24}{+8} = -3$$

$$\frac{-24}{-8} = +3$$

Fraction:

Réduire au même dénominateur:

$\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ On cherche un nombre multiple de b et d

$$\frac{3}{4} \text{ et } \frac{5}{6} \quad 12 = 4 \times 3 \text{ et } 6 \times 2 \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12} \text{ et } \frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}$$

Somme de nombres en écriture fractionnaire:

même dénominateur:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \frac{3}{4} + \frac{5}{4} = \frac{3+5}{4} = \frac{8}{4}$$

dénominateurs différents: on réduit d'abord au même dénominateur:

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{9+10}{12} = \frac{19}{12}$$

Inverse d'un nombre relatif $\neq 0$:

L'inverse de a, c'est $\frac{1}{a}$ car $a \times \frac{1}{a} = 1$

l'inverse de -7 est $\frac{1}{-7}$ car $-7 \times \frac{1}{-7} = \frac{-7 \times 1}{-7} = \frac{-7}{-7} = 1$

L'inverse de $\frac{a}{b}$, c'est $\frac{b}{a}$ car $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$

l'inverse de $\frac{2}{3}$, c'est $\frac{3}{2}$ car $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{6}{6} = 1$

Quotient de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \quad \frac{4}{7} : \frac{3}{4} = \frac{4}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{4 \times 4}{7 \times 3} = \frac{16}{21}$$

Calculer un quotient en simplifiant:

$$\frac{5}{6} \times \frac{4}{7} = \frac{5 \times 4}{6 \times 7} = \frac{5 \times 2 \times 2}{2 \times 3 \times 7} = \frac{\cancel{5} \times \cancel{2} \times 2}{\cancel{2} \times 3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

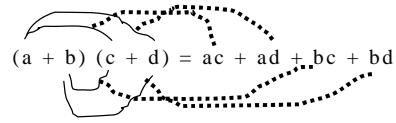
Écriture littérale:

$$a \times x = ax \quad a \times (x+b) = a(x+b) \quad -1 \times x = -x \quad -1 \times (x+b) = -(x+b)$$

$$3 \times x = 3x \quad 3 \times (x+2) = 3(x+2) \quad -1 \times 4 = -4 \quad -1 \times (x+3) = -(x+3)$$

$$k(a+b) = ka + kb \quad k(a-b) = ka - kb$$

$$3(5+6) = 3 \times 5 + 3 \times 6 \quad 3(7-5) = 3 \times 7 - 3 \times 5$$



$$(4+5)(2+3) = 4 \times 2 + 4 \times 3 + 5 \times 2 + 5 \times 3$$

$$9 \times 5 = 8 + 12 + 10 + 15$$

$$45 = 45$$

autres exemples: $(2x+3)(x+4) = 2x \times x + 2x \times 4 + 3 \times x + 3 \times 4$
 $= 2x^2 + 8x + 3x + 12$
 $= 2x^2 + 11x + 12$

$$(3x-4)(-x+2) = 3x \times (-x) + 3x \times 2 - 4 \times (-x) - 4 \times 2$$

$$= -3x^2 + 6x + 4x - 8$$

$$= -3x^2 + 10x - 8$$

Égalités et opérations:

Si $a = x$ alors $a - x = 0$ Si $3 = x$ alors $3 - x = 3 - 3 = 0$
 Si $a - x = 0$ alors $a = x$ Si $4 - x = 0$ alors $x = 4$

Si $a = x$, alors $a + c = x + c$ Si $3 = x$ alors $3 + 5 = x + 5$
 Si $a = x$, alors $a - c = x - c$ Si $4 = x$ alors $4 - 7 = x - 7$

Si $a = x$, alors $a \times k = x \times k$ Si $3 = x$ alors $3 \times 5 = x \times 5$ ou $15 = 5x$
 Si $a = x$, alors $a : k = x : k$ Si $4 = x$ alors $4 : 9 = x : 9$ ou $\frac{4}{9} = \frac{x}{9}$

Résoudre une équation:

$a + x = b$ alors $a - a + x = b - a$ alors $x = b - a$
 $8 + x = -6$ alors $8 - 8 + x = -6 - 8$ alors $x = -14$

$kx = a$ alors $\frac{kx}{k} = \frac{a}{k}$ alors $x = \frac{a}{k}$

$3x = -12$ alors $\frac{3x}{3} = \frac{-12}{3}$ alors $x = -4$

Produits en croix

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $ad = bc$ $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ alors $2 \times 6 = 3 \times 4 = 12$

Exemple: $\frac{x}{4} = \frac{5}{9}$ alors $9x = 4 \times 5 = 20$ alors $x = \frac{20}{9}$

$\frac{4}{x} = \frac{6}{5}$ alors $6x = 4 \times 5 = 20$ alors $x = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$

Inégalités:

$a < b$ c'est $a - b < 0$ $5 < 6,7$ c'est $5 - 6,7 < 0$ $-1,7 < 0$
 $a > b$ c'est $a - b > 0$ $8 > 3$ c'est $8 - 3 > 0$ $5 > 0$

Comparer deux fractions:

On réduit au même dénominateur et on compare les numérateurs.

$\frac{7}{8}$ et $\frac{6}{7}$ on compare $\frac{49}{56}$ et $\frac{48}{56}$ $\frac{7}{8} > \frac{6}{7}$

Encadrement:

soit x un nombre: $a \leq x < b$ est un encadrement
 $5 \leq 6,5 < 7$

Ordre:

si $a < b$ alors $a + c < b + c$ $3 < 5$ alors $3+4 < 5+4$ ($7 < 9$)
 si $a < b$ alors $a - c < b - c$ $3 < 5$ alors $3-4 < 5-4$ ($-1 < 1$)

si $a < b$ et $k > 0$ alors $ka < kb$ $3 < 5$ alors $4 \times 3 < 4 \times 5$ ($12 < 20$)
 $-10 < -6$ alors $4 \times (-10) < 4 \times (-6)$ ($-40 > -24$)

si $a < b$ et $k < 0$ alors $ka > kb$ $3 < 5$ alors $-4 \times 3 > -4 \times 5$ ($-12 > -20$)
 $-10 < -6$ alors $-4 \times (-10) > -4 \times (-6)$ ($40 > 24$)

Puissance d'un nombre relatif:

$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$ se lit "a puissance n" ou "a exposant n"
 $a^5 = a \times a \times a \times a \times a$

L'inverse de a c'est a^{-1} $a \times a^{-1} = a \times \frac{1}{a} = 1$ 3 et 3^{-1} $3 \times \frac{1}{3} = 1$

L'inverse de a^n c'est $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $a^n \times a^{-n} = a^n \times \frac{1}{a^n} = 1$
 $3^2 \times 3^{-2} = 3^2 \times \frac{1}{3^2} = 9 \times \frac{1}{9} = 1$

$a^1 = a$ $3^1 = 3$

$a^0 = 1$ $3^0 = 1$

$a^n \times a^m = a^{n+m}$ $3^2 \times 3^3 = 3^{2+3}$
 $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$
 $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
 $9 \times 27 = 243$
 $243 = 243$

$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ $\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$

$\frac{3^5}{3^2} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3} = 3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 3^{5-2} = 27$

$x = a \times 10^n$ ordre de grandeur c'est $b \times 10^n$, avec b arrondi à l'unité de a
 $x = 56,34 \times 10^4$ $x = 5,634 \times 10^5$ ordre de grandeur: 6×10^5

Puissances de 10:

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ fois}} = \underbrace{1000\dots0}_{n \text{ chiffres } 0} \quad 10^5 = 100\,000$$

L'inverse de 10^n c'est 10^{-n} et $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = 0,0000\dots1$ $\frac{1}{10^5} = 0,00001$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{n \text{ décimales}}$

$10^1 = 10$ $10^0 = 1$

$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$ $10^3 \times 10^4 = 10^{3+4} = 10^7$
 $10^{-6} \times 10^4 = 10^{-6+4} = 10^{-2}$

$\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$ $\frac{10^5}{10^3} = 10^{5-3} = 10^2$

$\frac{10^{-5}}{10^8} = 10^{-5-8} = 10^{-13}$

$(10^m)^n = 10^{m \times n}$ $(10^5)^2 = 10^{5 \times 2} = 10^{10}$
 $(10^3)^{-4} = 10^{3 \times (-4)} = 10^{-12}$

Écriture scientifique d'un nombre relatif:

Sous la forme $a \times 10^n$ avec a nombre décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule et n un entier relatif

Si $A = 4\,655,76 \times 10^{-7}$ alors $A = 4,65576 \times 10^3 \times 10^{-7}$
 $= 4,65576 \times 10^{3+(-7)} = 4,65576 \times 10^{-4}$

Encadrement par des puissances de 10:

$x = a \times 10^n$ avec a en écriture scientifique $10^n < x < 10^{n+1}$
 $x = 56,34 \times 10^4$ $x = 5,634 \times 10^5$ $10^5 < 5,634 \times 10^5 < 10^6$

Ordre de grandeur:

Proportionnalité et tableaux:

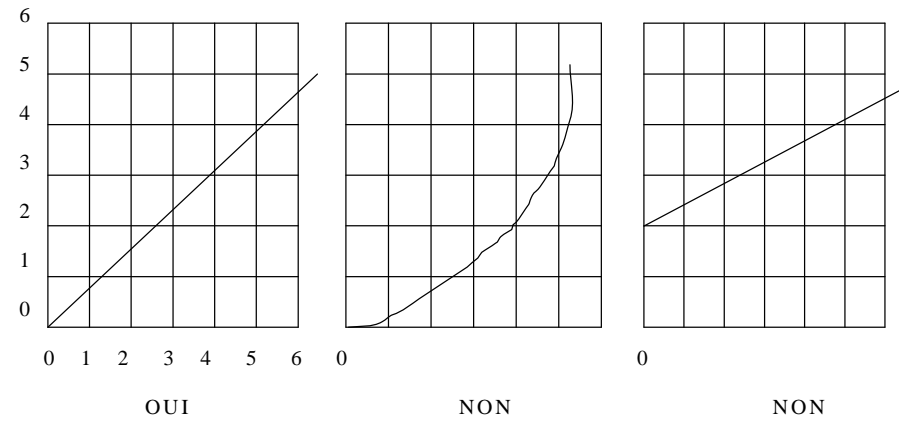
Proportionnalité et tableaux:

Dans un tableau, il y a situation de proportionnalité quand on passe de la 1^{ère} ligne à la 2^{ème} ligne en multipliant toujours par le même nombre (coefficient de proportionnalité).

× 4	3	7	8
	12	28	32

Proportionnalité et graphiques:

Dans un repère de plan: il y a proportionnalité si les points sont alignés avec l'origine du repère et inversement.



Pourcentage:

Proportion d'une quantité par rapport à une autre quantité, évalué sur 100.

L'élève a 65% de réussites en français. Sur 100 exercices, il en a réussi 65.

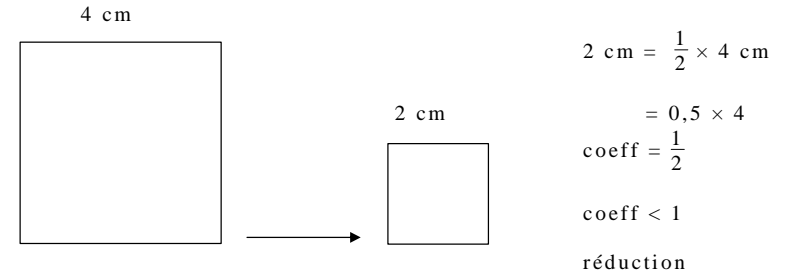
Indice:

Nombre exprimant un rapport entre deux grandeurs (ex indice des prix).

Dire que l'indice en 2008, de base 100 en 1998, du prix d'un scooter est de 123 veut dire que si un scooter coûtait 100 € en 1998, alors il coûte 123 € en 2008.

Prix en 1998 (en euros €)	100	1260
Prix en 2008 (en euros €)	123	1549,80

$$\frac{123}{100} = \frac{p}{1260} \text{ donc } p = \frac{123 \times 1260}{100} = 1549,80$$



Vitesse moyenne:

$$v = \frac{d}{t} \text{ vitesse moyenne} = \frac{\text{distance parcourue } d}{\text{durée } t \text{ nécessaire pour parcourir la distance}}$$

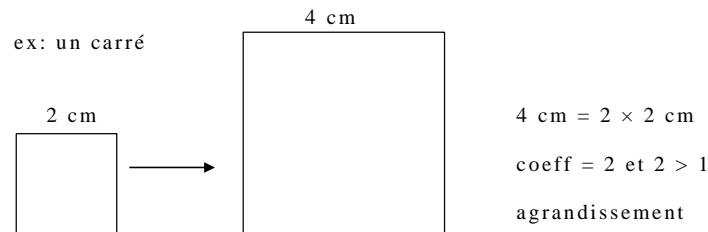
$$v = \frac{90 \text{ km}}{1 \text{ h}} \text{ se note } v = 90 \text{ km/h} \text{ ou } 90 \text{ km.h}^{-1}$$

$$v = \frac{8 \text{ m}}{1 \text{ s}} \text{ se note } v = 8 \text{ m/s} \text{ ou } 8 \text{ m.s}^{-1}$$

Propriété: $d = v \times t$ la distance parcourue est égale au produit de la vitesse moyenne par la durée nécessaire pour parcourir cette distance.

Agrandissement:

Un objet est un agrandissement d'un autre objet quand leurs longueurs sont proportionnelles. Le coefficient de proportionnalité est un coefficient d'agrandissement. Il est strictement supérieur à 1. $\text{Coef} > 1$



Réduction:

Un objet est une réduction d'un autre objet quand leurs longueurs sont proportionnelles. Le coefficient de proportionnalité est un coefficient de réduction. Il est strictement inférieur à 1. $\text{Coef} < 1$

Statistiques:

Définitions:

- L'effectif d'une valeur est le nombre de fois où la valeur apparaît.
- La fréquence se calcule en divisant l'effectif de cette valeur par l'effectif total.
- Dans un tableau dont les valeurs sont rangées dans l'ordre croissant:
 - l'effectif cumulé croissant d'une valeur est la somme de l'effectif de cette valeur et des effectifs des valeurs précédentes.
 - la fréquence cumulée croissante d'une valeur est la somme de la fréquence de cette valeur et des fréquences de toutes les valeurs précédentes.

Dans une classe de 5^{ème} de 25 élèves, les notes sur 20 sont réparties: 15-11-7-14-9-10-9-13-15-6-7-7-11-13-14-10-9-16-15-11-10-14-11-13-9

Note	6	7	9	10	11	13	14	15	16
Effectif	1	3	4	3	4	3	3	3	1
Effectif cumulé croissant	1	4	8	11	15	18	21	24	25
Fréquence	0,04	0,12	0,16	0,12	0,16	0,12	0,12	0,12	0,04
Fréquence cumulée croissante	0,04	0,16	0,32	0,44	0,60	0,72	0,84	0,96	1
Fréquence cumulée croissante en %	4%	16%	32%	44%	60%	72%	84%	96%	100%

3 élèves ont eu la note 10

la fréquence des élèves ayant eu 10 est 0,12 ou 12%

effectif total: 25

Moyenne:

On ajoute toutes les valeurs et on divise par l'effectif total.

J'ai obtenu 6 notes: 12 - 14,5 - 8 - 12,5 - 20 et 6,5 en interro coef 1.

ma moyenne est de: $\frac{12+14,5+8+12,5+20+6,5}{6} = 12,25$

Moyenne pondérée:

On ajoute tous les produits des valeurs par leurs effectifs et on divise par l'effectif total.

Résultats d'une interro dans une classe de 24 élèves:

Note	5	7	10	12	15	16
Effectif	3	5	6	6	2	2

La moyenne M = $\frac{5x3+7x5+10x6+12x6+15x2+16x2}{3+5+6+6+2+2} = \frac{242}{24} = 10,08$